

סדנת ריענון במתמטיקה למדעים והנדסה

פרק 6 - נוסחאות וייטה

תוכן העניינים

1. הגדרת נוסחאות וייטה וחישובים יסודיים.....1
2. חקירת משוואות עם נוסחאות וייטה.....2 (ללא ספר)

הגדרת נוסחאות וייטה וחשובים יסודיים:

סיכום כללי:

הגדרה:

נתונה הפונקציה הריבועית: $y = ax^2 + bx + c$, כאשר: $a \neq 0, \Delta > 0$.

אם x_1 ו- x_2 הם שורשי המשוואה: $ax^2 + bx + c = 0$ אז מתקיים: $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$.

לקשרים אלו קוראים בשם **נוסחאות וייטה** והם תקפים רק במשוואה ריבועית שבה $\Delta > 0$.

שאלות:

1) לפיך משוואות ריבועיות. מבלי לפתור, מצא את הסכום ואת מכפלת השורשים שלהם:

א. $x^2 + 5x - 8 = 0$.

ב. $3x^2 - 7x + 4 = 0$.

ג. $x^2 + 9x - 14 = 0$.

ד. $13x - 6x^2 + 7 = 0$.

2) נתונה משוואה ריבועית: $ax^2 + 3x + 5 = 0$. מצא את a אם ידוע כי למשוואה שני שורשים ממשיים שונים אשר סכומם הוא 3.

3) נתונה משוואה ריבועית: $\alpha x^2 + (\beta - \alpha)x - 16 = 0$, (α, β) פרמטרים. מצא את ערכי הפרמטרים α ו- β אם ידוע כי למשוואה שני שורשים ממשיים שונים אשר סכומם הוא 2- ומכפלתם היא -16.

4) כתוב משוואה ריבועית אשר לה שני שורשים ממשיים שונים, x_1 ו- x_2 .

שמקיימים: $x_1 + x_2 = 5$ ו- $x_1 \cdot x_2 = -2$.

כמה משוואות כאלה תיתכנה? נמק.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } x_1 + x_2 = -5, x_1 x_2 = -8 \quad \text{ב. } x_1 + x_2 = 2\frac{1}{3}, x_1 x_2 = 1\frac{1}{3}$$

$$\text{ג. } x_1 + x_2 = -9, x_1 x_2 = -14 \quad \text{ד. } x_1 + x_2 = \frac{6}{13}, x_1 x_2 = \frac{7}{13}$$

$$(2) \quad a = -1$$

$$(3) \quad \alpha = 1, \beta = 3$$

$$(4) \quad \text{אם } a = 1 \text{ אז: } x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$\text{יש אינסוף משוואות מהצורה: } ax^2 - 5ax - 2a = 0$$